1. (20 Punkte)
   In der Vorlesung haben wir das "Playoff-Problem" behandelt. Dabei ging es um die Berechnung der Wahrscheinlichkeit $P(i, j)$, dass Mannschaft X in einer Folge von Spielen gegen Team Y es schafft, i Spiele zu gewinnen, bevor sie j Spiele verliert (also Y gewinnt), alles unter der Annahme, dass bei jedem einzelnen Spiel die X's Siegeswahrscheinlichkeit p beträgt.

   Es gilt dann die Rekursion

   $$P(i, j) = p \cdot P(i-1, j) + (1-p) \cdot P(i, j-1)$$

   mit den Randbedingungen $P(0, k) = 1$ und $P(k, 0) = 0$ für $k > 0$.

   In der Vorlesung wurde gezeigt, dass mit Hilfe von Rekursion und Memoisierung $P(n, n)$ in $O(n^2)$ Zeit und mit $O(n^2)$ Platzverbrauch berechnet werden kann.

   Zeigen Sie, dass $P(n, n)$ auch mit $O(n^2)$ Zeit, aber nur $O(n)$ Platzverbrauch berechnet werden kann.

2. (30 Punkte)
   Es seien $A = a_1, \ldots, a_m$ und $B = b_1, \ldots, b_n$ zwei Folgen von reellen Zahlen. Ein *Dominanzteilfolgenpaar* ist ein Paar von gleich langen Teilfogen $A' = a_{i_1}, a_{i_2}, \ldots, a_{i_k}$ und $B' = b_{j_1}, b_{j_2}, \ldots, b_{j_k}$ mit $1 \leq i_1 < i_2 < \cdots < i_k \leq m$ und $1 \leq j_1 < j_2 < \cdots < j_k \leq n$, für das zusätzlich gilt, dass $a_{i_h} \leq b_{j_h}$ for $h = 1, \ldots, k$.

   Entwerfen Sie einen effizienten Algorithmus, der bei gegebenem Paar A und B ein Dominanzfolgenpaar maximaler Länge berechnet (also k ist möglichst groß).

   Welche Laufzeit können Sie erreichen?