

Grundzüge von Datenstrukturen und Algorithmen (WS 2014/2015)

Lösungsvorschlag zu Aufgabenblatt 12

Aufgabe 1

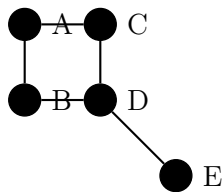
a) diametrales Paar finden

Mittels BFS kann die Distanz, ausgehend von einem Knoten v zu jedem anderen Knoten $u \in V$ in $O(n + m)$ bestimmt werden. Durch n -faches Ausführen, nämlich $\forall v \in V, \forall u \in V : d_G(u, v)$ wird die Distanz von jedem zu jedem Knoten bestimmt. Die $n \times n$ Ergebnisse werden dann in einer $n \times n$ Matrix gespeichert. Die Laufzeit dafür beträgt $n \cdot O(n + m)$, damit $O(n^2 + nm)$. Die Matrix nach dem Maximalwert zu durchsuchen braucht $O(n^2)$ Zeit, insgesamt eine Laufzeit von $O(n^2 + nm)$.

b) Algorithmus von Herrn Schlaun

Der Algorithmus ist nicht korrekt.

Zum Beweis betrachten wir folgenden Beispielgraph:



Startet man den Algorithmus von Herrn Schlaun nun, beginnend beim Knoten B, also $B = v_0$. Ein möglicher Knoten mit maximaler Distanz ist der Knoten C, der Algorithmus setzt nun $B = v_1$. Von C aus ist jetzt wieder B ein mögliches Ziel mit maximaler Distanz. Da $B = v_0 = v_1 - 1$ ist, bricht der Algorithmus ab und gibt B, C als diametrales Paar aus. Dies ist falsch, denn A, E ist offensichtlich die richtige Lösung.

Aufgabe 2

Um dieses Problem zu modellieren erstellen wir einen Graphen, deren Knoten die gegebenen Währungen darstellen. Jeweils zwischen den Knoten A und B fügen wir gerichtete Kanten mit dem Gewicht $w(A, B)$ ein, wenn ein solches $w(A, B)$ existiert.

Um nun einen solchen Weg zu berechnen müssten die Kantengewichte allerdings multipliziert und nicht addiert werden. Dies widerspricht der Forderung nach einem standard kürzester-Weg Problem. Da bekanntermaßen $\log(A * B) = \log(A) + \log(B)$, werden die Kanten stattdessen mit dem Logarithmus gewichtet, also mit $\log(w(A, B))$.

Das Problem, auf günstige Art und Weise mit Währung X Währung Y zu kaufen ist damit als standard kürzestes-Weg Problem modelliert.

Mögliche negative Zyklen in der Modellierung bedeuten, dass es durch geschicktes Kaufen und Verkaufen verschiedener Währungen möglich ist, Geld zu verdienen.