Endlicher Automat M

- Σ Eingabealphabet
- Q Zustandsmenge (endlich)
- $s \in Q$ Startzustand
- $F \subset Q$ Endzustände
- $\Delta \subset ((Q \times \Sigma) \times Q)$ Übergangsrelation

M **deterministisch**: $\forall (q,a) \in Q \times \Sigma : |\{q' \in Q : (q,a,q') \in \Delta\}| \leq 1$

Konfigurationen von M: $K_M = Q \times \Sigma^*$

Startkonfiguration für Eingabe $x \in \Sigma^*$: $start_x = (s,x)$

Endkonfigurationen: $Fin = \{(f,\varepsilon) \mid f \in F\}$

Rechenschrittrelation $\vdash_M$ auf K_M

$q \in Q$, $a \in \Sigma$, $u \in \Sigma^*$: $(q,au) \vdash_M (q',u)$ g.d.w. $(q,a,q') \in \Delta$

Rechenrelation $\vdash_M^*$ auf K_M : reflexive, transitive Hülle von $\vdash_M$

$k \vdash_M^* k'$ g.d.w. $\exists\, m \geq 0\ \exists\, k_0, \cdots, k_m$ sodass

$k = k_0 \vdash_M k_1 \vdash_M \cdots \vdash_M k_m = k'$

M akzeptiert $x \in \Sigma^*$ g.d.w. $start_x \vdash_M^* (f,\varepsilon)$ für irgendein $f \in F$

$L(M) = \{\, x \in \Sigma^* \mid M$ akzeptiert $x \,\}$ die von M akzeptierte Sprache.

L DEA-Sprache g.d.w $L = L(M)$ für irgendeinen DEA M

L NEA-Sprache g.d.w $L = L(M)$ für irgendeinen NEA M

M akzeptiert $x \in \Sigma^*$ g.d.w. $start_x \vdash_M^* (f,\varepsilon)$ für irgendein $f \in F$

$L(M) = \{\, x \in \Sigma^* \mid M$ akzeptiert $x \,\}$ die von M akzeptierte Sprache.

L DEA-Sprache g.d.w $L = L(M)$ für irgendeinen DEA M

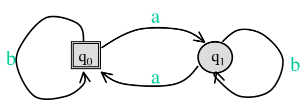
L NEA-Sprache g.d.w $L = L(M)$ für irgendeinen NEA M

Beispiel für einen endlichen Automaten M:

$\Sigma = \{a,b\}$ $Q = \{q_0,q_1\}$ $s = q_0$ $F = \{ q_0 \}$

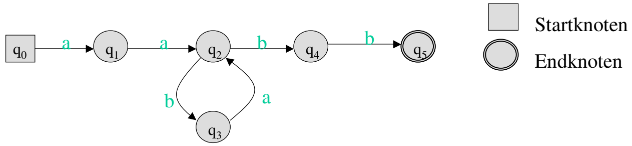
$\Delta = \{\ ((q_0,a), q_1)\ ,\ ((q_0,b), q_0)\ ,\ ((q_1,a), q_0)\ ,\ ((q_1,b), q_1)\ \}$

$L(M)$ enthält genau alle Strings aus Σ^*, die eine gerade Anzahl von a's enthalten.



$G_M = (Q,E)$ **Übergangsgraph** von M

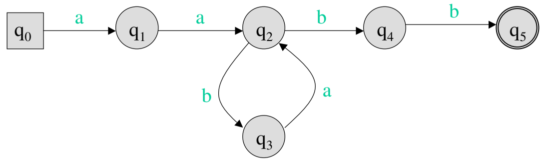
Kante $q \xrightarrow{a} q'$ in E $\Leftrightarrow$ $(q,a,q') \in \Delta$



$v,w \in \Sigma^*$:

$(p,vw) \vdash_M^* (q,w)$ g.d.w. $\exists$ Pfad in G_M von p nach q mit Beschriftung v

M akzeptiert Wort v genau dann, wenn v Beschriftung eines gerichteten Pfades in G_M von Startknoten zu einem Endknoten.



aabb $\in$ L(M)
aa ba bb $\in$ L(M)
aa bababa bb $\in$ L(M)

aa bb a $\notin$ L(M)

Fortsetzungssprachen

$L \subset \Sigma^*$ Sprache

$w \in \Sigma^*$: $F_L(w) = \{ x \in \Sigma^* \mid wx \in L \}$

Fortsetzungssprache von w bezüglich L

$\mathcal{F}_L = \{ F_L(w) \mid w \in \Sigma^* \}$ Menge der Fortsetzungssprachen für L

Fortsetzungssprachen

$L \subset \Sigma^*$ Sprache

$w \in \Sigma^*$: $F_L(w) = \{ x \in \Sigma^* \mid wx \in L \}$

Fortsetzungssprache von w bezüglich L

$\mathcal{F}_L = \{ F_L(w) \mid w \in \Sigma^* \}$ Menge der Fortsetzungssprachen für L

Bsp: $L = \Sigma^*$

für jedes w gilt: $F_L(w) = \Sigma^*$

also $\mathcal{F}_L = \{ \Sigma^* \}$

$L \subset \Sigma^*$ Sprache

$w \in \Sigma^*$: $F_L(w) = \{ x \in \Sigma^* \mid wx \in L \}$

Fortsetzungssprache von w bezüglich L

$\mathcal{F}_L = \{ \mathcal{F}_L(w) \mid w \in \Sigma^* \}$ Menge der Fortsetzungssprachen für L

Bsp: $\Sigma = \{a,b\}$ $L = \{ u \in \Sigma^* \mid \#_a(u)$ ist durch 3 teilbar $\}$

$F_L(bbab) = \{ x \in \Sigma^* \mid \#_a(x) \bmod 3 = 2 \}$

$F_L(ab) = \{ x \in \Sigma^* \mid \#_a(x) \bmod 3 = 2 \}$

$F_L(aab) = \{ x \in \Sigma^* \mid \#_a(x) \bmod 3 = 1 \}$

$F_L(abaab) = \{ x \in \Sigma^* \mid \#_a(x) \bmod 3 = 0 \}$

$\mathcal{F}_L = \{ L_0, L_1, L_2 \}$ $L_i = \{ x \in \Sigma^* \mid \#_a(x) \bmod 3 = i \}$

$L \subset \Sigma^*$ Sprache

$w \in \Sigma^*$: $F_L(w) = \{ x \in \Sigma^* \mid wx \in L \}$

Fortsetzungssprache von w bezüglich L

$\mathcal{F}_L = \{ \mathcal{F}_L(w) \mid w \in \Sigma^* \}$ Menge der Fortsetzungssprachen für L

Bsp: $\Sigma = \{a,b\}$ $L = \{ a^n b^n \mid n \in \mathbb{N} \}$

$F_L(bbab) = \{ \}$ $F_L(ab) = \{ \varepsilon \}$

$F_L(aab) = \{ b \}$ F_L(aaaaabb) = { bbb }

$F_L(aaa) = \{ bbb, abbbb, aabbbbb, \cdots \}$

$\mathcal{F}_L = \{ \{\} \} \cup \{ L_i \mid i \in \mathbb{N} \} \cup \{ S_j \mid j \in \mathbb{N} \}$

$L_i = \{ b^i \mid i \in \mathbb{N} \}$ $S_j = \{ a^{n-j} b^n \mid n \geq j \}$