

**"Satz:"** Alles, was von einer Turingmaschine berechnet werden kann, kann auch von einer 3-Register-Maschine berechnet werden.

**Genauer Satz:** Es sei  $M = (\Sigma, \Gamma, Q, s, F, 0, \Delta)$  eine TM, mit  $\Gamma = \{0, \dots, t-1\}$ , die bei Eingabe  $w \in \Sigma^*$ , falls sie hält, dies mit Bandinhalt  $f_M(w) \in \Gamma^*$  und Kopf auf dem linken Ende des Bandinhaltes tut.

Es gibt eine Program  $\Pi_M$  für eine 3-Register-Maschine, das bei Eingabe  $\langle w \rangle_t$  genau dann hält, wenn  $M$  dies bei Eingabe  $w$  tut, und die als Ausgabe  $\langle f_M(w) \rangle_t$  berechnet.

$$\langle a_0 a_1 \dots a_n \rangle_t = \sum_{0 \leq i \leq n} a_i t^i$$

4.12.2015 1

**Beweisidee:** schrittweise Simulation von  $M$  durch  $\Pi_M$

Konfiguration von  $M$ :

Entsprechende Register-Inhalte der 3-Register-Maschine :

$$x_0 = \langle a_0 a_1 \dots a_r \rangle_t$$

$$x_1 = \langle b_0 b_1 \dots b_1 \rangle_t$$

$x_3$  für Zwischenergebnisse

4.12.2015 2

**Additive Register Maschinen**

$k$ -Register Maschine:  
 Speicher:  $x_1, \dots, x_k$   $k$  "Register", jeder speichert eine natürliche Zahl

Operationen:  $x_i = x_j \text{ op } x_k$  mit  $\text{op} \in \{+, \div, *, \text{div}, \text{mod}\}$

$x_i = x_j \text{ op } c$	$a \div b = \max\{a-b, 0\}$
$x_i = c$	$a \text{ div } b = \lfloor a/b \rfloor$
(tunix)	$c$ Konstante

Prädikate:  $x_i =? 0$

mit der üblichen Semantik

4.12.2015 3

**Einfache k-Register-Maschinen**

Speicher:  $x_1, \dots, x_k$   $k$  "Register", jeder speichert eine natürliche Zahl

Operationen:  $x_i = x_i + 1$  (inkrementieren)  
 $x_i = x_i \div 1$  (dekrementieren)  
 (tunix)

Prädikate:  $x_i =? 0$

mit der üblichen Semantik

4.12.2015 4

**"Satz:"** Alles, was von einer  $k$ -Register-Maschine berechnet werden kann, kann auch von einer **additiven**  $(k+3)$ -Register-Maschine berechnet werden.

4.12.2015

5

**"Satz:"** Alles, was von einer  $k$ -Register-Maschine berechnet werden kann, kann auch von einer **additiven**  $(k+3)$ -Register-Maschine berechnet werden.

**"Satz:"** Alles, was von einer **additiven**  $m$ -Register-Maschine berechnet werden kann, kann auch von einer **einfachen**  $(m+3)$ -Register-Maschine berechnet werden.

4.12.2015

6