1. **(16 Punkte)** Betrachten wir die Sprache

$$L = \{\, a^n b^m c^{n+m} \mid n, m \in \mathbb{N} \,\} .$$

   (a) Geben Sie eine Grammatik $G$ an, die $L$ generiert.

   (b) Beschreiben Sie informell, warum Ihre Grammatik genau $L$ erzeugt.

   (c) Skizzieren Sie eine Ableitung von *aabbbccccc*.

   (d) Beweisen Sie, dass ihre Grammatik genau $L$ erzeugt.

2. **(24 Punkte)** Welche der folgenden Sprachen sind kontextfrei und welche nicht? Begründen Sie Ihre Entscheidung, d.h. falls die Sprache nicht kontextfrei sein sollte, geben Sie einen Beweis dafür. Falls die Sprache kontextfrei ist, geben Sie eine kontextfreie Grammatik dafür an. Geben Sie in diesem Fall auch für ein mindestens 10 Zeichen langes Wort der Sprache eine Linksableitung und einen Ableitungsbaum an.

   (a) Die Sprache $L_a$ bestehe aus korrekten Klammerausdrücken der 3 Klammertypen { }, ( ) und [ ], also liegen zum Beispiel { }( )[ ] und ([]{}) in $L_a$, [{(})] jedoch nicht.

   (b) $L_b = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N}, i < j < k\}$

   (c) $L_c = \{uawb \mid u, w \in \{a, b\}^*,\ u \text{ und } w \text{ sind gleich lang }\}$

   (d) $L_c = \{uaub \mid u \in \{a, b\}^*\}$

3. **(12 Punkte)** Eine Grammatik heißt *links-linear*, wenn alle ihre Produktionen von der Form $A \to Ba$ oder $A \to a$ oder $A \to \varepsilon$ sind.

   Zeigen Sie auf zwei verschiedene Arten, dass für jede links-lineare Grammatik $G$ gilt, dass $L(G)$ eine reguläre Sprache ist:

   (a) durch eine Konstruktionsvorschrift, die aus einer links-linearen Grammatik $G$ einen endlichen Automaten $M_G$ erzeugt, mit $L(G) = L(M_G)$;

   (b) durch rein strukturelle Überlegungen und Anwendungen von Sätzen aus der Vorlesung.