

1. (10 Punkte) Skizzieren Sie ein Turingmaschine M , die für jede Eingabe x die Ausgabe $\langle M \rangle^R$ produziert, also ihre eigene Kodierung rückwärts geschrieben.
2. (10 Punkte) Betrachten wir die Sprache

$$\text{MIN1} = \{u \in \{0, 1\}^* \mid \forall w \in \{0, 1\}^* : L(M_u) = L(M_w) \implies \#_1(u) \leq \#_1(w)\}.$$

Es geht also um Kodierungen von Turingmaschinen, in denen der Buchstabe 1 möglichst wenig vorkommt.

Zeigen Sie, dass die Sprache MIN1 nicht entscheidbar ist.

3. (20 Punkte) Bestimmen Sie den Wahrheitsgehalt jeder der folgenden Implikationen. L beschreibt hier immer eine Sprache über irgendeinem Alphabet. Begründen Sie Ihre Antworten.

- (a) L r.e. $\implies \bar{L}$ r.e.
- (b) L entscheidbar $\implies \bar{L}$ entscheidbar
- (c) L entscheidbar und \bar{L} nicht r.e. $\implies L$ regulär
- (d) $L \preceq L'$ und L r.e. $\implies L'$ r.e.
- (e) $L \preceq L'$ und L' r.e. $\implies L$ r.e.
- (f) $L \preceq L'$ und L nicht r.e. $\implies L'$ nicht r.e.
- (g) L regulär $\implies L$ entscheidbar
- (h) L kontextfrei $\implies L$ r.e.
- (i) L kontextfrei $\implies L$ entscheidbar
- (j) $L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid L(M_w) \text{ ist kontextfrei}\} \implies L$ ist entscheidbar

4. (10 Punkte) Stimmt folgende Aussage für alle fast überall positiven Funktionen f, g :

$$f \notin O(g) \iff f \in \omega(g)$$

Im positiven Fall geben Sie einen Beweis an. Im negativen Fall geben Sie ein Gegenbeispiel mit einer Erklärung an.