
Aufgaben aus den Übungsgruppen 4(Lösungsvorschläge)

Aufgabe 4.1

Betrachten Sie die folgenden Begriffe. Charakterisieren Sie diese möglichst präzise.

- Pumping-Lemma
- Grammatik
- kontextsensitiv
- surjektiv
- regulär
- Potenzmengenkonstruktion
- Chomsky-Hierarchie
- rechtslinear
- Ableitungsbaum
- Linksableitung
- bijektiv
- Relation
- einfache Turingmaschine
- Äquivalenzrelation
- abzählbar
- Kellerautomat
- Diagonalisierung
- Sprache
- kontextfrei
- injektiv
- Konfiguration
- Determinismus
- überabzählbar
- Nichtdeterminismus
- endlicher Automat
- Fortsetzungssprachen
- Satz von Myhill-Nerode
- ε -Übergang
- DEA-Minimierung
- Nicht-Terminale
- Chomsky-Normalform
- Greibach-Normalform
- Turingmaschine

Aufgabe 4.2

Geben Sie die Inklusionshierarchie aller Klassen von Sprachen an, die sie bisher kennengelernt haben.

Aufgabe 4.3

Wahr oder falsch? Begründen Sie!

1. \mathbb{Q} ist überabzählbar. wahr falsch
2. A abzählbar $\Leftrightarrow \exists$ Injektion $f : \mathbb{N} \rightarrow A$ wahr falsch
3. A abzählbar $\Leftrightarrow \exists$ Surjektion $f : \mathbb{N} \rightarrow A$ wahr falsch
4. $L = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ ist eine DEA-Sprache. wahr falsch
5. $L = \{0^{n!} \mid n \in \mathbb{N}\}$ ist eine reguläre Sprache. wahr falsch
6. $L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w| \text{ ist durch 3 oder 4 teilbar}\}$ ist eine NKA-Sprache. wahr falsch
7. $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \bmod \#_b(w) = 0\}$ ist eine NKA-Sprache. wahr falsch
8. L ist DEA-Sprache $\Leftrightarrow \mathcal{F}_L$ ist endlich. wahr falsch
9. Reguläre Sprachen sind unter Schnitt und Vereinigung abgeschlossen. wahr falsch
10. NKA-Sprachen sind unter Schnitt und Vereinigung abgeschlossen. wahr falsch
11. DKA-Sprachen sind unter Komplementbildung abgeschlossen. wahr falsch
12. NKA-Sprachen sind unter Komplementbildung abgeschlossen. wahr falsch
13. Jede kontextfreie Sprache über einem Alphabet Σ mit $|\Sigma| = 1$ sind regulär. wahr falsch
14. Die kontextsensitiven Sprachen entsprechen genau den NKA-Sprachen. wahr falsch

Aufgabe 4.4

Geben Sie folgende Dinge an:

1. Eine Grammatik, die alle Palindrome über $\{a, b\}^*$ beschreibt.
2. Eine Grammatik, die folgende Sprache $\{w \mid \#_a(w) \bmod 3 = 1\}$ beschreibt.
3. Einen NKA, der $\{a^n b^m \mid n > m\}$ erkennt.

Finden Sie eine möglichst einfache Lösung. In welchen Sprachklassen befinden sich die beschriebenen Sprachen?

Lösungsvorschlag 4.4

1. $(\{a, b\}, \{S\}, S, \{S \rightarrow \varepsilon, S \rightarrow aSa, S \rightarrow bSb, S \rightarrow a, S \rightarrow b\})$ kontextfreie Sprache, sowie alles größere.
2. Sei Σ das Terminalalphabet und $a \in \Sigma$.

$$(\Sigma, \{S, T\}, S, \{S \rightarrow uaT \mid u \in (\Sigma \setminus \{a\})^*\} \cup \{T \rightarrow uavawaT \mid u, v, w \in (\Sigma \setminus \{a\})^*\} \cup \{T \rightarrow u \mid u \in (\Sigma \setminus \{a\})^*\})$$

3. Der NKA hat einen Zustand S . Zuerst schreibt der NKA für jedes n ein $n\mathcal{L}$ in den Keller, falls das \mathcal{L} Zeichen noch oben liegt. Der Automat entscheidet nichtdeterministisch, wann er beim letzten a angekommen ist und entfernt dann, beim lesen dieses a das \mathcal{L} -Symbol vom Keller. Nun wird beim lesen eines b ein a entfernt, so lange dieses oben auf dem Keller liegt. Zum Schluss, können mit ε -Transitionen überzählige a entfernt werden. Der Automat akzeptiert mit leerem Keller.