Satz: Die kontextfreien Sprachen sind genau die NKA-Sprachen. Also
$L=L(G)$ für irgendeine kfG $G = (\Sigma,V,S,P)$
$\Leftrightarrow$ $L=L_\varepsilon(M)$ für irgendeinen NKA $M=(\Sigma,\Gamma,€,Q,s,\Delta)$

Satz: Die kontextfreien Sprachen sind genau die NKA-Sprachen. Also
$L=L(G)$ für irgendeine kfG $G = (\Sigma,V,S,P)$
$\Leftrightarrow$ $L=L_\varepsilon(M)$ für irgendeinen NKA $M=(\Sigma,\Gamma,€,Q,s,\Delta)$

Beweis: 1) "$\Rightarrow$" Gegeben Grammatik G, baue NKA M, dessen akzeptierende Berechnungen Linksableitungen in G entsprechen

$\Gamma = V\cup\Sigma$ $\quad$ $€ = S$ $\quad$ $Q=\{s\}$

$\Delta = \{ (s,A,\varepsilon,\alpha^R,s) \mid A\to\alpha \text{ in } P\} \cup \{ (s,a,a,\varepsilon,s) \mid a\in\Sigma \}$

Satz: Die kontextfreien Sprachen sind genau die NKA-Sprachen. Also
$L=L(G)$ für irgendeine kfG $G = (\Sigma,V,S,P)$
$\Leftrightarrow$ $L=L_\varepsilon(M)$ für irgendeinen NKA $M=(\Sigma,\Gamma,€,Q,s,\Delta)$

Beweis: 2) "$\Leftarrow$" Gegeben NKA $M=(\Sigma,\Gamma,€,Q,s,\Delta)$, konstruiere kf Grammatik G, sodass Linksableitungen in G den akzeptierende Berechnungen von M entsprechen. O.B.d.A. gilt $|Q|=1$

$V = \Gamma$ $\quad$ $S = €$ $\quad$ $Q=\{s\}$

$P = \{ A\to a\alpha^R \mid (s,A,a,\alpha,s) \in \Delta \}$ $\qquad$ $(a \in \Sigma\cup\{\varepsilon\})$

Chomsky-Normalform (für kf Grammatiken)

alle Produktionen von Form $A\to a$ oder $A\to BC$ $(A,B,C\in V,\ a\in\Sigma)$

Chomsky-Normalform (für kf Grammatiken)

alle Produktionen von Form $A \to a$ oder $A \to BC$ ($A,B,C \in V$, $a \in \Sigma$)

Greibach-Normalform (für kf Grammatiken)

alle Produktionen von Form $A \to aU$ ($U \in V^*$, $a \in \Sigma$)

$S \to \varepsilon$ auch zugelassen, aber dann S auf keiner rechten Produktionsseite

Chomsky-Normalform (für kf Grammatiken)

alle Produktionen von Form $A \to a$ oder $A \to BC$ ($A,B,C \in V$, $a \in \Sigma$)

Greibach-Normalform (für kf Grammatiken)

alle Produktionen von Form $A \to aU$ ($U \in V^*$, $a \in \Sigma$)

$S \to \varepsilon$ auch zugelassen, aber dann S auf keiner rechten Produktionsseite

Satz: $L = L(G)$ für kf Grammatik G

$\Leftrightarrow$ $\exists$ kf Grammatik G in Chomsky-Normalform mit $L(G) = L$

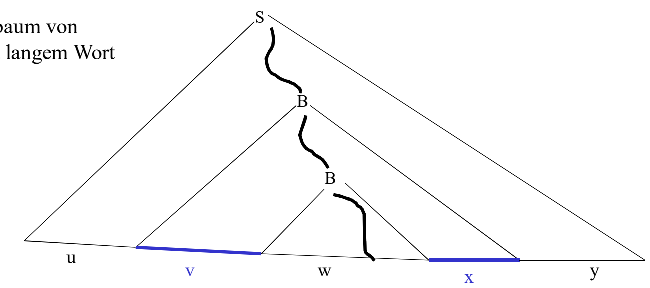
$\Leftrightarrow$ $\exists$ kf Grammatik G in Greibach-Normalform mit $L(G) = L$

Beweis des Pumping Lemmas für NKA Sprachen:

L NKA-Sprache $\Rightarrow$

$\exists N \in \mathbb{N}$: $\forall z \in L$ mit $|z| N$: $\exists$ Unterteilung $z=uvwxy$ mit $|vwx| \leq N$ und $|vx|>0$: $\forall i \in \mathbb{N}$: $uv^i wx^i y \in L$

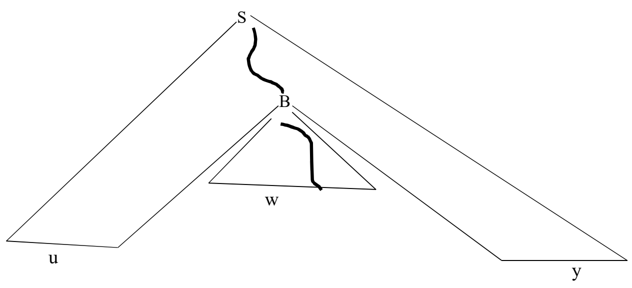
Ableitungsbaum von hinreichend langem Wort



Beweis des Pumping Lemmas für NKA Sprachen:

L NKA-Sprache $\Rightarrow$

$\exists N \in \mathbb{N}$: $\forall z \in L$ mit $|z| N$: $\exists$ Unterteilung $z=uvwxy$ mit $|vwx| \leq N$ und $|vx|>0$: $\forall i \in \mathbb{N}$: $uv^i wx^i y \in L$

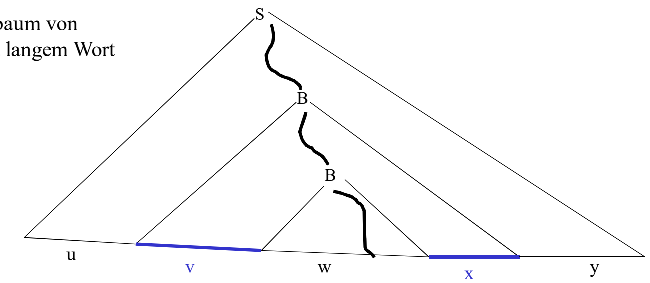


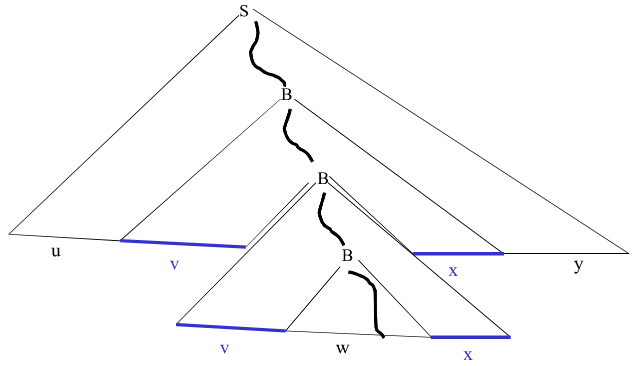
Beweis des Pumping Lemmas für NKA Sprachen:

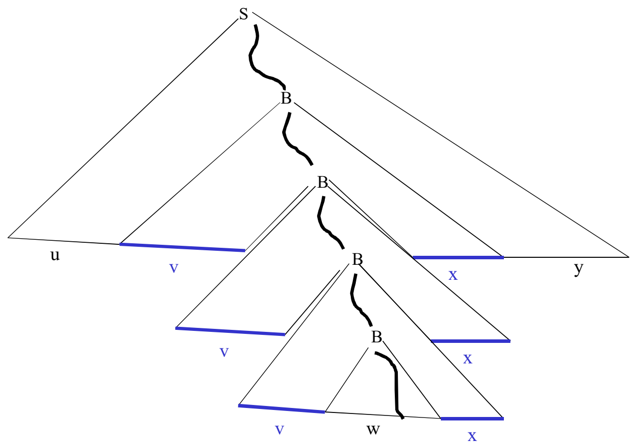
L NKA-Sprache $\Rightarrow$

$\exists N \in \mathbb{N} : \forall z \in L$ mit $|z|N$: $\exists$ Unterteilung $z=uvwxy$ mit $|vwx| \leq N$ und $|vx|>0$: $\forall i \in \mathbb{N} : uv^i wx^i y \in L$

Ableitungsbaum von hinreichend langem Wort







Satz: Jede kontextfreie Sprache über einem einelementigen Alphabet ist regulär.

Beweis: $L \subset \{a\}^*$ kontextfrei

Pumpinglemma $\Rightarrow$

$\exists N \in \mathbb{N} : \forall z \in L$ mit $|z|N$: $\exists$ Unterteilung $z=uvwxy$ mit $|vwx| \leq N$ und $|vx|>0$: $\forall i \in \mathbb{N} : uv^i wx^i y \in L$

da $L \subset \{a\}^*$

$\exists N \in \mathbb{N} : \forall z \in L$ mit $|z|N$: $\exists$ Unterteilung $z=\alpha\beta$ mit $0<|\beta| \leq N$: $\forall i \in \mathbb{N} : \alpha\beta^i \in L$

Für $0 \leq s < N$, $1 \leq p \leq N$ definiere $j(s,p) = \min\{ j \mid a^s(a^p)^i \in L \text{ for all } i >= j \}$

$R(s,p) = \{ a^s(a^p)^i \mid i >= j(s,p) \}$

$= a^{s+p \cdot j(s,p)} (a^p)^*$ (oder leer) (regulär!)

$$L = \underbrace{\{ w \in L : |w| < N \}}_{\text{endlich, also regulär}} \cup \underbrace{\bigcup \{ R(s,p) : 0 \leq s < N, 1 \leq p \leq N \}}_{\text{endliche Vereinigung von regulären Mengen, also regulär}}$$