Konfiguration von TM M bei Eingabe **w** und
höchstens **N** Zellen/A-Band

Inhalt Eingabeband		Lesekopf Position		Zustand		Inhalt der k Arbeitsbänder		Positionen der k Lese/Schreibköpfe
$\{w\}$	$\times$	$\{1,\cdots,\lvert w\rvert\}$	$\times$	Q	$\times$	$(\Gamma^N)^k$	$\times$	$\{1,\cdots,N\}^k$

$KG_M(w,N)$ **Konfigurationsgraph von TM M** bei Eingabe **w** und
höchstens **N** Zellen/A-Band

Knoten: Konfigurationen $\{1,\cdots,|w|\}\times Q\times(\Gamma^N)^k\times\{1,\cdots,N\}^k$

Kanten: $[C,C'\rangle$ wenn **M** in einem Rechenschritt
von Konf. C zu Konfig. C' kommt

Anzahl der Knoten: $\leq$ $n\cdot|Q|\cdot|\Gamma|^{kN}\cdot N^k$ $\quad n=|w|$

Anzahl der Kanten: $\leq$ $\alpha\cdot n\cdot|Q|\cdot|\Gamma|^{kN}\cdot N^k$ $\quad \alpha$ eine von M abh. Konstante

Sei $f(n)\geq\log_2 n$ (und so, dass es mit O(f(n)) Platz und Zeit berechnet werden kann)

Satz D: (Sprachkomplement)

DTIME($f(n)$) = co-DTIME($f(n)$) DSPACE($f(n)$) = co-DSPACE($f(n)$)

NSPACE($f(n)$) = co-NSPACE($f(n)$)

Dabei ist für Sprachklasse X die Sprachklasse co-X definiert als

co-X = { Sprache $L \mid \overline{L}\in X$ }

Lemma D: (Immerman, Szelepcsényi)

$L\in$ NSPACE($f(n)$) $\Rightarrow \overline{L}\in$ NSPACE($f(n)$)

Lemma D: (Immerman, Szelepcsényi)

$L\in$ NSPACE($f(n)$) $\Rightarrow \overline{L}\in$ NSPACE($f(n)$)

Für Beweis von Lemma D, nicht-deterministische Lösung mit
$O(\log|V|)$ Platzverbrauch

Lemma D: $L \in \text{NSPACE}(f(n)) \Rightarrow \overline{L} \in \text{NSPACE}(f(n))$

Beweis auch dieses Lemmas reduziert sich auf "Berechnen" von Erreichbarkeit in einem sehr großen, implizit gegebenen Graphen. Es muss die Frage beantwortet werden

$\exists$ gerichteter Pfad von init(w) zu einer Endkonfiguration im Konfigurationsgraphen $KG_M(w,N)$

$n=|w|$ $N=f(n)$

Achtung: Das Schwierige ist, nicht-deterministisch zu zeigen, dass erreichbar(s , v, λ) nicht gilt.

Abstraktes Problem:

Gerichteter Graph G = (V,E) ist implizit gegeben, d.h. man kann
(i) die Knoten in V aufzählen
(ii) für zwei Knoten u,v testen, ob u=v
(iii) für zwei Knoten u,v testen, ob $[u,v\rangle \in E$
und zwar jeweils mit Speicherverbrauch $O(\log |V|)$ (Knotendarstellungsgröße)

Verifiziere

nicht-erreichbar(s , v, λ) . . . Es gibt in G KEINEN gerichteten Pfad von s nach v der Länge höchstens λ

$R_s(\lambda) = \{ x \in V \mid \text{erreichbar}(s , x , \lambda) \}$

$N_s(\lambda) = |R_s(\lambda)|$

Beh 0: Gegeben $x \in R_s(\lambda)$, kann man nicht-det. mit $O(\log|V|)$ Platz zeigen, dass tatsächlich $x \in R_s(\lambda)$.

Bew: rate und verifiziere Pfad von s nach x

$R_s(\lambda) = \{ x \in V \mid \text{erreichbar}(s , x , \lambda) \}$

$N_s(\lambda) = |R_s(\lambda)|$

Beh 0: Gegeben $x \in R_s(\lambda)$, kann man nicht-det. mit $O(\log|V|)$ Platz zeigen, dass tatsächlich $x \in R_s(\lambda)$.

Bew: rate und verifiziere Pfad von s nach x

Beh 1: Wenn $N_s(\lambda)$ bekannt ist, kann man, gegeben $x \notin R_s(\lambda)$, nicht-det. mit $O(\log|V|)$ Platz zeigen, dass tatsächlich $x \notin R_s(\lambda)$.

Bew: rate in lexikographisner Ordnung $N_s(\lambda)$ viele verschiedene $u \in V$, und verifiziere, dass $u \neq x$ und $u \in R_s(\lambda)$ (Beh 0!).

Beh 2: Wenn $N_s(\lambda -1)$ bekannt ist, kann man nicht-det. mit $O(\log|V|)$ Platz $N_s(\lambda)$ berechnen.

Bew: $Z=0$
for each $y \in V$ do
rate ob $y \in R_s(\lambda)$
wenn ja, dann verifiziere dies (Beh. 0) und $Z=Z+1$
wenn nein, dann verifiziere dies folgendermaßen:

verifiziere $y \notin R_s(\lambda-1)$ (Beh. 1)
for each $x \in V$ do
verifiziere $x \notin R_s(\lambda-1)$ (Beh. 1)
oder $[x,y\rangle \notin E$

Für Beweis von Lemma D, nicht-deterministische Lösung mit $O(\log|V|)$ Platzverbrauch

nicht-erreichbar(s , v, λ) = rate richtig ob ja oder nein
wenn erreichbar, dann verifiziere dies (Beh. 0)
sonst:
$N_s(0) = 0$
for i from 1 to λ do
berechne $N_s(i)$ aus $N_s(i-1)$ (Beh. 2)
mit $N_s(\lambda)$ verifiziere, dass $v \notin R_s(\lambda)$
(Beh. 1)